

SPIS RZECZY

Rozdział XV

CAŁKI KRZYWOLINIOWE. CAŁKA STIELTJESA

§ 1. Całki krzywoliniowe pierwszego rodzaju

543. Definicja całki krzywoliniowej pierwszego rodzaju	5
544. Sprowadzanie całki krzywoliniowej pierwszego rodzaju do zwykłej całki oznaczonej	7
545. Przykłady	8

§ 2. Całki krzywoliniowe drugiego rodzaju

546. Definicja całek krzywoliniowych drugiego rodzaju	12
547. Istnienie całki krzywoliniowej drugiego rodzaju i obliczanie tej całki	14
548. Przypadek krzywej zamkniętej. Orientacja płaszczyzny	16
549. Przykłady	18
550. Przybliżanie całki krzywoliniowej przez całkę po łamanej	20
551. Obliczanie pól za pomocą całek krzywoliniowych	21
552. Przykłady	24
553. Związek pomiędzy całkami krzywoliniowymi obu rodzajów	27
554. Zadania fizyczne	29

§ 3. Warunki niezależności całki krzywoliniowej od drogi całkowania

555. Postawienie zagadnienia; związek z różniczką zupełną	33
556. Różniczkowanie całki niezależnej od drogi całkowania	34
557. Obliczanie całki krzywoliniowej przy pomocy pierwotnej	36
558. Kryterium na różniczkę zupełną; znajdowanie pierwotnej, gdy obszar jest prostokątem	37
559. Uogólnienie na przypadek dowolnego obszaru	39
560. Wyniki końcowe	41
561. Całki po krzywych zamkniętych	42
562. Przypadek obszaru niejednostopijnego; występowanie punktów osobliwych	43
563. Całka Gaussa	47
564. Przypadek trójwymiarowy	50
565. Przykłady	51
566. Zastosowanie do zadań fizycznych	56

§ 4. Funkcje o wahanii ograniczonym

567. Definicja funkcji o wahanii ograniczonym	58
568. Klasy funkcji o wahanii ograniczonym	59
569. Własności funkcji o wahanii ograniczonym	62
570. Kryteria na funkcje o wahanii ograniczonym	64
571. Funkcje ciągłe o wahanii ograniczonym	66
572. Krzywe prostowalne	69

§ 5. Całka Stieltjesa

573. Definicja całki Stieltjesa	70
574. Ogólne warunki istnienia całki Stieltjesa	71
575. Przypadki istnienia całki Stieltjesa	72
576. Własności całki Stieltjesa	75
577. Całkowanie przez części	76
578. Sprowadzenie całki Stieltjesa do całki Riemanna	78
579. Obliczanie całek Stieltjesa	79
580. Przykłady	83
581. Ilustracja geometryczna całki Stieltjesa	87
582. Twierdzenie o wartości średniej, oszacowania	88
583. Przechodzenie do granicy pod znakiem całki Stieltjesa	90
584. Przykłady i uzupełnienia	91
585. Sprowadzanie całki krzywoliniowej drugiego rodzaju do całki Stieltjesa	95

Rozdział XVI

CAŁKI PODWÓJNE

§ 1. Definicja i najprostsze własności całki podwójnej

586. Zagadnienie objętości walca krzywoliniowego	97
587. Sprowadzanie całki podwójnej do iterowanej	98
588. Definicja całki podwójnej	100
589. Warunki istnienia całki podwójnej	101
590. Klasy funkcji całkownych	102
591. Całka górna i dolna jako odpowiednie granice	104
592. Własności funkcji całkownych i całek podwójnych	105
593. Całka jako addytywna funkcja obszaru; różniczkowanie po obszarze	107

§ 2. Obliczanie całki podwójnej

594. Sprowadzanie całki podwójnej do iterowanej w przypadku prostokąta	110
595. Przykłady	113
596. Sprowadzenie całki podwójnej do iterowanej w przypadku obszaru krzywoliniowego	119
597. Przykłady	122
598. Zastosowania do mechaniki	132
599. Przykłady	134

§ 3. Wzór Greena

600. Wyprowadzenie wzoru Greena	140
601. Zastosowanie wzoru Greena do badania całek krzywoliniowych	144
602. Przykłady i uzupełnienia	145

§ 4. Zamiana zmiennych w całce podwójnej

603. Przekształcanie obszarów płaskich	147
604. Przykłady	150
605. Wyrażenie pola we współrzędnych krzywoliniowych	154
606. Uwagi dodatkowe	156
607. Wyprowadzenie geometryczne	158

608. Przykłady	160
609. Zamiana zmiennych w całkach podwójnych	167
610. Analogia ze zwykłą całką. Całka po obszarze zorientowanym	169
611. Przykłady	170

§ 5. Całki podwójne niewłaściwe

612. Całki rozciągnięte na obszar nieograniczony	176
613. Twierdzenie o zbieżności bezwzględnej całki podwójnej niewłaściwej	178
614. Sprowadzenie całki podwójnej do iterowanej	179
615. Całki z funkcji nieograniczonych	181
616. Zamiana zmiennych w całkach niewłaściwych	183
617. Przykłady	184

Rozdział XVII

POLE POWIERZCHNI. CAŁKI POWIERZCHNIOWE

§ 1. Powierzchnie dwustronne

618. Strona powierzchni	197
619. Przykłady	198
620. Orientacja powierzchni i przestrzeni	200
621. Wybór znaku we wzorach na cosinusy kierunkowe normalnej	201
622. Przypadek powierzchni kawałkami gładkiej	202

§ 2. Pole powierzchni krzywoliniowej

623. Przykład Schwarza	203
624. Definicja pola powierzchni krzywoliniowej	206
625. Uwaga	206
626. Istnienie pola powierzchni. Obliczanie pola	208
627. Przybliżanie pola przy pomocy powierzchni wielościennych wpisanych	212
628. Szczególny przypadek definicji pola	213
629. Przykłady	214

§ 3. Całki powierzchniowe pierwszego rodzaju

630. Definicja całki powierzchniowej pierwszego rodzaju	226
631. Sprowadzenie do zwykłej całki podwójnej	227
632. Zastosowanie całek powierzchniowych pierwszego rodzaju w mechanice	229
633. Przykłady	230

§ 4. Całki powierzchniowe drugiego rodzaju

634. Definicja całki powierzchniowej drugiego rodzaju	236
635. Najprostsze przypadki szczególne	238
636. Przypadek ogólny	239
637. Jeden ze szczegółów dowodu	241
638. Wyrażenie objętości bryły przez całkę powierzchniową	242
639. Wzór Stokesa	245
640. Przykłady	248
641. Zastosowanie wzoru Stokesa do badania całek krzywoliniowych w przestrzeni	252

Rozdział XVIII

CAŁKI POTRÓJNE I WIELOKROTNE

§ 1. Całka potrójna i jej obliczanie

642. Zagadnienie obliczania masy bryły	255
643. Całka potrójna i warunki jej istnienia	256
644. Własności funkcji całkownych i całek potrójnych	257
645. Obliczanie całki potrójnej po prostopadłościanie	258
646. Obliczanie całki potrójnej po obszarze dowolnym	260
647. Całki potrójne niewłaściwe	261
648. Przykłady	262
649. Zastosowania w mechanice	268
650. Przykłady	269

§ 2. Wzór Gaussa-Ostrogradskiego

651. Wzór Gaussa-Ostrogradskiego	275
652. Zastosowanie wzoru Gaussa-Ostrogradskiego do badania całek powierzchniowych	278
653. Całka Gaussa	279
654. Przykłady	280

§ 3. Zamiana zmiennych w całkach potrójnych

655. Przekształcanie obszarów przestrzennych; współrzędne krzywoliniowe	283
656. Przykłady	284
657. Wyrażenie objętości we współrzędnych krzywoliniowych	286
658. Uwagi dodatkowe	289
659. Wyprowadzenie geometryczne	290
660. Przykłady	291
661. Zamiana zmiennych w całce potrójnej	298
662. Przykłady	299
663. Ciężenie grawitacyjne. Potencjał punktu wewnętrznego	303

§ 4. Elementy analizy wektorowej

664. Skalary i wektory	305
665. Pola skalarne i wektorowe	306
666. Gradient	307
667. Strumień wektora przez powierzchnię	308
668. Wzór Gaussa-Ostrogradskiego. Dywergencja	309
669. Cyrkulacja wektora. Wzór Stokesa. Rotacja	311
670. Pola potencjalne i bezźródłowe	312
671. Zagadnienie odwrotne w analizie wektorowej	315
672. Zastosowania	316

§ 5. Całki wielokrotne

673. Zagadnienie grawitacji i potencjału dwóch ciał	321
674. Objętość bryły n -wymiarowej, całka n -krotna	322
675. Zamiana zmiennych w całce n -krotnej	324
676. Przykłady	327

Rozdział XIX

SZEREGI FOURIERA

§ 1. Wstęp

677. Wielkości okresowe i analiza harmoniczna	347
678. Określanie współczynników metodą Eulera-Fouriera	349
679. Ortogonalne układy funkcji	352
680. Interpolacja trygonometryczna	356

§ 2. Rozwijanie funkcji w szereg Fouriera

681. Postawienie zagadnienia. Całka Dirichleta	358
682. Pierwszy lemat podstawowy	360
683. Zasada lokalizacji	362
684. Kryteria Diniego i Lipschitza zbieżności szeregów Fouriera	363
685. Drugi lemat podstawowy	366
686. Kryterium Dirichleta-Jordana	368
687. Przypadek funkcji nieokresowej	369
688. Przypadek przedziału dowolnego	371
689. Rozwinięcia w szeregi cosinusów i w szeregi sinusów	372
690. Przykłady	375
691. Rozwinięcie $\ln \Gamma(x)$	387

§ 3. Uzupełnienia

692. Szeregi o współczynnikach malejących	390
693. Sumowanie szeregów trygonometrycznych przy pomocy funkcji analitycznych zmiennej zespolonej	395
694. Przykłady	397
695. Postać zespolona szeregów Fouriera	401
696. Szereg sprzężony	404
697. Wielokrotne szeregi Fouriera	407

§ 4. Charakter zbieżności szeregów Fouriera

698. Niektóre uzupełnienia do podstawowych lematów	408
699. Kryteria zbieżności jednostajnej szeregów Fouriera	411
700. Zachowanie się szeregów Fouriera w pobliżu punktu nieciągłości. Przypadek szczególny	413
701. Przypadek funkcji dowolnej	417
702. Osobliwości szeregów Fouriera; uwagi wstępne	419
703. Tworzenie osobliwości	422

§ 5. Oszacowanie reszty w zależności od własności pochodnych funkcji

704. Związek między współczynnikami Fouriera funkcji i jej pochodnych	424
705. Oszacowanie sumy częściowej w przypadku funkcji ograniczonej	425
706. Oszacowanie reszty w przypadku funkcji o k -tej pochodnej ograniczonej	426
707. Przypadek funkcji, której k -ta pochodna ma wahanie ograniczone	428
708. Wpływ nieciągłości funkcji i jej pochodnych na rząd maleńcia współczynników Fouriera	429
709. Przypadek funkcji danej w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$	434
710. Metoda wydzielenia osobliwości	435

§ 6. Całka Fouriera

711. Całka Fouriera jako przypadek graniczny szeregu Fouriera	442
712. Uwagi wstępne	444
713. Warunki dostateczne	445
714. Modyfikacja podstawowego założenia	447
715. Różne postacie wzoru Fouriera	449
716. Przekształcenie Fouriera	451
717. Niektóre własności przekształcenia Fouriera	453
718. Przykłady i uzupełnienia	454
719. Przypadek funkcji dwu zmiennych	460

§ 7. Zastosowania

720. Wyrażenie anomalii ekscentrycznej planety przez anomalię średnią	462
721. Zagadnienie drgań struny	463
722. Zagadnienie rozchodzenia się ciepła w skończonym pręcie	468
723. Przypadek pręta nieskończonego	471
724. Modyfikacja warunków brzegowych	473
725. Rozchodzenie się ciepła w kołowej płytce	474
726. Praktyczna analiza harmoniczna. Schemat dla dwunastu rzędnych	476
727. Przykłady	478
728. Schemat dla dwudziestu czterech rzędnych	481
729. Przykłady	482
730. Porównanie przybliżonych i dokładnych wartości współczynników Fouriera	483

Rozdział XX

SZEREGI FOURIERA (ciąg dalszy)

§ 1. Operacje na szeregach Fouriera. Zupełność i zamkniętość

731. Całkowanie szeregu Fouriera wyraz po wyrazie	486
732. Różniczkowanie szeregu Fouriera wyraz po wyrazie	488
733. Zupełność układu trygonometrycznego	489
734. Przybliżanie jednostajne funkcji. Twierdzenie Weierstrassa	491
735. Przeciętne przybliżanie funkcji. Ekstremalne własności sum częściowych szeregu Fouriera	493
736. Zamkniętość układu trygonometrycznego. Twierdzenie Lapunowa	496
737. Uogólnione równanie zamkniętości	499
738. Mnożenie szeregów Fouriera	501
739. Niektóre zastosowania równania zamkniętości	502

§ 2. Zastosowanie metod uogólnionego sumowania do szeregów Fouriera

740. Lemat podstawowy	507
741. Sumowanie szeregów Fouriera metodą Poissona-Abela	509
742. Rozwiązanie zagadnienia Dirichleta dla koła	512
743. Sumowanie szeregów Fouriera metodą Cesàro-Fejéra	514
744. Niektóre zastosowania uogólnionego sumowania szeregów Fouriera	516
745. Różniczkowanie szeregów Fouriera wyraz po wyrazie	517

§ 3. Jednoznaczność rozwinięcia trygonometrycznego funkcji

746. Dodatkowe uwagi o pochodnych uogólnionych	519
747. Metoda Riemanna sumowania szeregu trygonometrycznego	522
748. Lemat o współczynnikach szeregu zbieżnego	526
749. Jednoznaczność rozwinięcia trygonometrycznego	527
750. Końcowe twierdzenia o szeregach Fouriera	528
751. Uogólnienie	531

Uzupełnienie

OGÓLNY PUNKT WIDZENIA NA GRANICĘ

752. Różne typy granic występujących w analizie	535
753. Zbiory uporządkowane (w zwykłym znaczeniu)	536
754. Zbiory uporządkowane (w znaczeniu uogólnionym)	537
755. Zmienna uporządkowana i jej granica	539
756. Przykłady	540
757. Uwaga o granicy funkcji	542
758. Rozszerzenie teorii granic	543
759. Zmienne jednakowo uporządkowane	545
760. Uporządkowanie przy pomocy parametru liczbowego	546
761. Sprowadzenie do zmiennej	548
762. Granica górna i dolna zmiennej uporządkowanej	549

Skorowidz	552
---------------------	-----